

# Universidad de Murcia

## Física Cuántica

Febrero, Curso 01–02

1. Considera un pozo cuadrado infinito de anchura  $2a$  y centrado en el origen. En él se encuentra una partícula cuya función de onda (dentro del pozo) en el instante inicial viene dada por:

$$\psi(x, 0) = C\{\sin(2\pi x/a) + 2 \cos(\pi x/(2a))\}.$$

- (a) Normaliza la función de onda.
- (b) Calcula  $\psi(x, t)$ .
- (c) ¿Cuál es el valor esperado de la energía?
- (d) ¿Cuál es el valor esperado de la posición?

(4 pts)

2. Tenemos dos estados  $|u\rangle$  y  $|v\rangle$  cualesquiera. Demuestra que se verifica

$$\text{Tr}(|u\rangle\langle v|) = \langle v|u\rangle.$$

Para ello, puedes elegir una base asociada a un observable y encontrar las expresiones para la anterior traza y producto escalar. Ambos resultados son independientes de la base elegida. (2 pts)

3. En un espacio vectorial bidimensional, considera el operador cuya matriz, en una base ortonormal  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ , viene dada por

$$A = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcula sus autovalores y autovectores.
- (b) Determina las matrices que representan a los operadores de proyección en cada uno de los autovectores.
- (c) Demuestra que los autovectores satisfacen las relaciones de ortonormalidad y de cierre.
- (d) Calcula el conmutador  $[A, B]$ , en donde  $B$  está representado por

$$B = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

(4 pts)